

Dorota Ponczek

Program nauczania  
matematyki  
dla branżowej szkoły I stopnia  
do serii „To się liczy!”



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.  
Warszawa 2019

## Spis treści

Wstęp .....	3
Obudowa dydaktyczna serii .....	3
Ogólne cele kształcenia .....	4
Cele wychowawcze .....	5
Podział treści nauczania matematyki i wymagania szczegółowe w poszczególnych klasach .....	5
Procedury osiągnięcia celów .....	15
Osiągnięcia konieczne absolwenta branżowej szkoły I stopnia .....	16
Propozycja rozkładu materiału .....	17

## Wstęp

Na wybór branżowej szkoły I stopnia decydują się uczniowie o różnych możliwościach, zarówno Ci, których wybór jest podyktowany chęcią szybkiego zdobycia zawodu, jak i Ci, którzy mają trudności w nauce. Nauczyciele muszą zatem niekiedy mierzyć się z problemem słabych ocen, niechęci do podejmowania przez uczniów nowych wyzwań czy przyswajania nowej wiedzy. Prezentowany program nauczania umożliwi skuteczne przezwyciężenie tych i innych problemów, które mogą się pojawić podczas nauczania matematyki. Pozwala on nauczycielowi skupić się na realizacji nadrzędnego celu określonego przez twórców podstawy programowej dla branżowej szkoły I stopnia, który zakłada gruntowne przygotowanie uczniów do aktywnego, świadomego funkcjonowania we współczesnym, wciąż podlegającym zmianom świecie, oraz do podjęcia satysfakcjonującej, wartościowej pracy zawodowej.

Program eksponuje w sposób szczególny:

- ▶ rozwiązywanie zadań o treści związanej ze środowiskiem ucznia;
- ▶ pokazywanie związków między matematyką a życiem codziennym;
- ▶ stosowanie matematyki w sytuacjach praktycznych;
- ▶ wykorzystywanie matematyki w różnych branżach i zawodach;
- ▶ kształtowanie umiejętności krytycznego myślenia.

## Obudowa dydaktyczna serii

Seria „To się liczy!” dla branżowej szkoły I stopnia składa się z:

- ▶ trzech podręczników do klasy pierwszej, drugiej i trzeciej, dostosowanych do stałej siatki godzin 2-2-1;
- ▶ trzech Podręczników Nauczyciela do klasy pierwszej, drugiej i trzeciej;
- ▶ materiałów dydaktycznych w wersji elektronicznej dostępnych na portalu [dLANauczyciela.pl](http://dLANauczyciela.pl);
- ▶ generatora testów i sprawdzianów.

### Budowa podręcznika dla ucznia

Treści w poszczególnych podręcznikach zostały podzielone na rozdziały. W każdym rozdziale wyróżnia się mniejsze jednostki tematyczne nazwane lekcjami, które charakteryzują się stałym i uporządkowanym układem poszczególnych elementów, odpowiadającym tokowi zajęć prowadzonych przez nauczyciela. Są to:

- ▶ zadania praktyczne NA POCZĄTEK – proste ćwiczenia, które rozpoczynają poszczególne lekcje, stopniowo wprowadzając uczniów w omawiane zagadnienia. Zostały opracowane tak, aby zaciekawić ucznia i zmotywować go do pracy.
- ▶ przykłady, które wyjaśniają daną umiejętność matematyczną. Są one rozwiązywane krok po kroku, aby każdy uczeń mógł je wykonać samodzielnie i we własnym tempie.
- ▶ ćwiczenia, które utrwalają umiejętność kształconą w analogicznym przykładzie. Omówienie z uczniami przykładów i wykonanie ćwiczeń zapewni realizację podstawy programowej.
- ▶ zadania i zadania branżowe – łączą różne umiejętności matematyczne. Zadania branżowe pokazują, że matematyka przydaje się w różnych branżach i zawodach.

W wybranych rozdziałach, oprócz typowych lekcji wprowadzających i utrwalających zagadnienia matematyczne, zamieszczono również lekcje branżowe, których tematyka została dobrana

tak, aby podkreślić przydatność umiejętności rozwijanych na lekcjach w życiu codziennym – zarówno zawodowym, jak i prywatnym. W lekcjach tych omawiane są np. takie tematy, jak liczenie kaloryczności posiłków, koszty kredytów czy zyski w firmie.

Każdy rozdział kończy się zestawem zadań powtórzeniowych, mających na celu przygotowanie się ucznia do sprawdzianu.

W poszczególnych częściach podręcznika znajduje się zbiór zadań zawierający zadania skonstruowane tak, aby umożliwiały pracę z uczniami o różnych umiejętnościach i zainteresowaniach. Zadania zamieszczone w danej lekcji oraz w zbiorze zadań łączą różne umiejętności matematyczne.

Zadania matematyczne są osadzone w sytuacjach bliskich uczniom – takich, z którymi mogą się spotkać na co dzień. Korelacja treści matematycznych z treściami zawodowymi i problemami życia codziennego pozwala zrozumieć sens uczenia się matematyki. Głównym założeniem serii „To się liczy!” jest przekonanie uczniów, że matematyka jest potrzebna i wcale nie musi być trudna, a zastosowane rozwiązania mają pomóc zaciekawić i zmotywować ich do nauki.

### **Budowa Podręcznika Nauczyciela**

Podręcznik Nauczyciela to kompleksowe narzędzie do pracy każdego nauczyciela. Publikacja jest zintegrowana z treściami zawartymi w podręczniku dla ucznia, ułatwia przygotowanie zajęć i ich sprawne przeprowadzenie. Zawiera:

- ▶ wymagania z podstawy programowej, które są realizowane na danej lekcji;
- ▶ efekty kształcenia;
- ▶ dodatkowe ćwiczenia;
- ▶ dodatkowe zadania branżowe;
- ▶ odpowiedzi do wszystkich ćwiczeń i zadań;
- ▶ projekty edukacyjne;
- ▶ gry logiczne i matematyczne.

## **Ogólne cele kształcenia**

Nauczanie matematyki w sposób szczególny stymuluje rozwój intelektualny ucznia, m.in. wpływa na wykształcenie:

- ▶ umiejętności czytania ze zrozumieniem;
- ▶ umiejętności logicznego myślenia i argumentowania;
- ▶ wyobraźni przestrzennej;
- ▶ umiejętności samokształcenia;
- ▶ postawy wykorzystywania narzędzi matematycznych w życiu codziennym;
- ▶ nawyku krytycznej analizy informacji.

Na sprawną i efektywną realizację wymienionych celów pozwala przemyślana, przejrzysta obudowa dydaktyczna, układ treści w podręczniku oraz dobór odpowiednich przykładów, ćwiczeń i zadań.

## Cele wychowawcze

Istotną część procesu nauczania stanowi proces wychowywania. W nauczaniu matematyki szczególnie eksponowane są cele wychowawcze:

- ▶ przygotowanie do życia we współczesnym świecie, ze szczególnym uwzględnieniem korzystania z technik informacyjnych i komunikacyjnych (TIK);
- ▶ wykształcenie nawyku korzystania z zasobów bibliotecznych szkoły w celu samokształcenia;
- ▶ wykształcenie postaw sprzyjających dalszemu rozwojowi indywidualnemu i społecznemu, takich jak: uczciwość, odpowiedzialność, wytrwałość, poczucie własnej wartości, szacunek dla innych, ciekawość poznawcza, kreatywność, przedsiębiorczość;
- ▶ rozwijanie umiejętności logicznego myślenia i wyciągania wniosków;
- ▶ wdrażanie do uzasadnień i weryfikacji własnych poglądów wobec racjonalnych argumentów;
- ▶ wykształcenie nawyku dobrej organizacji, planowania, a następnie wykonania pracy z należytą starannością i dokładnością;
- ▶ kształcenie postaw odpowiedzialności za wykonanie podjętych zadań;
- ▶ rozwijanie umiejętności współpracy w zespole;
- ▶ wykształcenie nawyku dbałości o kulturę i precyzję wypowiedzi;
- ▶ wykształcenie postaw sprzyjających samokształceniu.

## Podział treści nauczania matematyki i wymagania szczegółowe w poszczególnych klasach

Program nauczania zakłada, że wprowadzenie nowych treści zawsze poprzedzi powtórzenie niezbędnych dla ich zrozumienia wiadomości ze szkoły podstawowej. Umożliwi to łagodne przejście do nowych zagadnień, oswojenie się ucznia z nową szkołą oraz sprawdzenie i wyrównanie poziomu uczniów, którzy trafią do branżowej szkoły I stopnia z różnych szkół.

W klasie I wprowadzamy nowe pojęcia związane z zastosowaniami matematyki w praktyce (przedział liczbowy, procent składany), podstawowymi zagadnieniami dotyczącymi funkcji i funkcji liniowej, nierównościami, układami równań i ze statystyką.

W klasie II wprowadzamy nowe pojęcia związane z funkcją kwadratową, równaniami i nierównościami kwadratowymi, podstawowymi własnościami wielokątów, okręgów i kół, polem wycinka koła i długością łuku okręgu, podobieństwem figur oraz trygonometrią.

W klasie III wprowadzamy nowe pojęcia związane z wielkościami proporcjonalnymi, graniastopłupami, ostrosłupami, bryłami obrotowymi, kombinatoryką i rachunkiem prawdopodobieństwa.

Materiał nauczania ujęty w podstawie programowej został podzielony na główne działy:

- I. Liczby rzeczywiste
- II. Wyrażenia algebraiczne
- III. Równania i nierówności
- IV. Układy równań
- V. Funkcje
- VI. Trygonometria
- VII. Planimetria
- VIII. Geometria analityczna

- IX. Stereometria
- X. Kombinatoryka
- XI. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

W zaproponowanym programie nauczania zdecydowaliśmy się przesunąć pojęcie przedziału liczbowego znajdujące się w podstawie programowej w dziale *Liczby rzeczywiste* do rozdziału podręcznika *Równania i nierówności*, ponieważ – naszym zdaniem – podczas poznawania właśnie tych zagadnień uczeń będzie widział potrzebę praktycznego zastosowania różnych przedziałów liczbowych.

Podobnie postąpiliśmy z zagadnieniem interpretacji graficznej układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi – w podręczniku „To się liczy!” jest ono omawiane w rozdziale *Funkcja liniowa*, a nie w dziale *Układy równań*.

Treści z działu *Geometria analityczna*, dotyczące wzajemnego położenia prostych, w tym prostych równoległych i prostopadłych, w podręczniku są realizowane w rozdziale *Funkcja liniowa*.

W poniższej tabeli zestawiono wymagania szczegółowe dostosowane do stałej siatki godzin 2-2-1 realizowane w serii „To się liczy”:

- ▶ gwiazdką oznaczono te hasła i wymagania, które są rozszerzeniem podstawy programowej. Nauczyciel może je realizować jedynie wówczas, gdy nie przeszkodzi to w opanowaniu przez uczniów materiału podstawowego. Opanowanie tych treści nie jest konieczne do kontynuowania nauki w klasach wyższych. Jest to propozycja dla uczniów, którzy będą zamierzali kształcić się dalej, np. w branżowej szkole II stopnia czy w liceum uzupełniającym;
- ▶ kursywą wyróżniono treści realizowane w szkole podstawowej, które należy powtórzyć i utrwalić przed przystąpieniem do wprowadzenia nowego materiału.

### Klasa I – 2 godziny tygodniowo

Główne działy podstawy programowej	Hasła programowe	Wymagania szczegółowe. Uczeń:
<b>1. Liczby rzeczywiste</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Liczby naturalne, cechy podzielności</i></li> <li>• <i>Liczby całkowite, liczby wymierne</i></li> <li>• <i>Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej</i></li> <li>• Potęgi</li> <li>• <i>Pierwiastek kwadratowy</i></li> <li>• <i>Pierwiastki wyższych stopni</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>stosuje cechy podzielności liczby przez 2, 3, 5, 9;</i></li> <li>• <i>wypisuje dzielniki liczby naturalnej;</i></li> <li>• <i>wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych.</i></li> <li>• <i>rozpoznaje wśród podanych liczb liczby całkowite i liczby wymierne;</i></li> <li>• <i>wykonuje działania na liczbach wymiernych;</i></li> <li>• <i>stosuje umowy dotyczące kolejności wykonywania działań.</i></li> <li>• <i>wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych;</i></li> <li>• <i>zamienia skończone rozwinięcia dziesiętne na ułamki zwykłe;</i></li> <li>• <i>wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku liczby podanej w postaci rozwinięcia dziesiętnego okresowego.</i></li> <li>• <i>oblicza wartość potęgi liczby o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym;</i></li> <li>• <i>stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do obliczania wartości wyrażeń, w tym również w sytuacjach praktycznych.</i></li> <li>• <i>oblicza wartość pierwiastka drugiego stopnia z liczby nieujemnej.</i></li> <li>• <i>oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia, w tym pierwiastka stopnia nieparzystego z liczby ujemnej;</i></li> <li>• <i>stosuje twierdzenia o działaniach na pierwiastkach do obliczania wartości wyrażeń, w tym również w sytuacjach praktycznych.</i></li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Liczby rzeczywiste</li> <li><i>Reguła zaokrąglania</i></li> <li>*Błąd bezwzględny przybliżenia</li> <li><i>Procenty</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);</li> <li>wykonuje działania w zbiorze liczb rzeczywistych.</li> <li><i>zaokrągla liczbę z podaną dokładnością;</i></li> <li>oblicza błąd przybliżenia danej liczby oraz ocenia, jakie jest to przybliżenie z nadmiarem, czy z niedomiarem.</li> <li>*oblicza błąd bezwzględny przybliżenia.</li> <li><i>oblicza procent danej liczby;</i></li> <li><i>oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba;</i></li> <li><i>wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent;</i></li> <li><i>zmniejsza i zwiększa liczbę o dany procent;</i></li> <li><i>stosuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych;</i></li> <li>wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok) oraz koszty kredytu.</li> </ul>
<b>2. Równania i nierówności</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li><i>Oś liczbowa</i></li> <li>Przedziały liczbowe</li> <li><i>Rozwiązanie równania</i></li> <li><i>Równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą</i></li> <li>Nierówności pierwszego stopnia z jedną</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><i>interpretuje liczby rzeczywiste na osi liczbowej.</i></li> <li>rozdziela pojęcia: „przedział otwarty”, „przedział domknięty”, „przedział lewostronnie domknięty”, „przedział prawostronnie domknięty”, „przedział nieograniczony”;</li> <li>zaznacza przedziały na osi liczbowej;</li> <li>odczytuje i zapisuje symbolicznie przedział zaznaczony na osi liczbowej.</li> <li><i>sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania.</i></li> <li><i>rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;</i></li> <li><i>stosuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym;</i></li> <li>interpretuje równania sprzeczne i tożsamościowe.</li> <li>sprawdza, czy dana liczba spełnia podaną nierówność;</li> <li>rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą,</li> </ul>



	niewiadomą	<p>przekształcając je w sposób równoważny;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału;</li> <li>• interpretuje nierówności sprzeczne i tożsamościowe;</li> <li>• sprawdza, czy podane nierówności są równoważne;</li> <li>• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym.</li> </ul>
<b>3. Funkcje. Geometria analityczna. Układy równań</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sposoby opisywania funkcji</li> <li>• Obliczanie wartości funkcji opisanej wzorem</li> <li>• <i>Układ współrzędnych</i></li> <li>• Własności funkcji</li> <li>• Funkcja liniowa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia funkcję za pomocą: opisu słownego, grafu, tabeli, wzoru, wykresu;</li> <li>• rozpoznaje wśród danych przyporządkowań te, które opisują funkcje.</li> <li>• oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu.</li> <li>• <i>zaznacza w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty o danych współrzędnych;</i></li> <li>• <i>odczytuje współrzędne danych punktów.</i></li> <li>• odczytuje z wykresu niektóre własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, w danym przedziale domkniętym wartość największą lub najmniejszą oraz argumenty, dla których wartości te są przyjmowane);</li> <li>• na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> rysuje wykresy funkcji <math>y = f(x) + q</math> dla <math>q &gt; 0</math>, <math>y = f(x) - q</math> dla <math>q &gt; 0</math>, <math>y = f(x - p)</math> dla <math>p &gt; 0</math>, <math>y = f(x + p)</math> dla <math>p &gt; 0</math>, oraz <math>y = -f(x)</math> i <math>y = f(-x)</math>.</li> <li>• rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;</li> <li>• wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie, w tym równoległości lub prostokątności do innej prostej;</li> <li>• interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;</li> <li>• wykorzystuje własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Algebraiczne metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi</li> <li>Graficzna metoda rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dana para liczb spełnia układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;</li> <li>rozwiązuje układ równań metodą podstawiania i przeciwnych współczynników;</li> <li>określa, czy dany układ równań jest układem oznaczonym, nieoznaczonym czy sprzecznym;</li> <li>stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.</li> <li>rozwiązuje układ równań metodą graficzną;</li> <li>wykorzystuje związek między liczbą rozwiązań układu równań a położeniem dwóch prostych;</li> <li>stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.</li> </ul>
<b>4. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li><i>Średnia arytmetyczna</i></li> <li>Mediana i dominanta</li> <li>Średnia ważona</li> <li>Skala centylowa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza średnią arytmetyczną danych (także w przypadku danych pogrupowanych);</li> <li>wykorzystuje średnią arytmetyczną do rozwiązywania zadań.</li> <li>wyznacza medianę i dominantę zestawu danych (także w przypadku danych pogrupowanych);</li> <li>wykorzystuje medianę i dominantę do rozwiązywania zadań.</li> <li>oblicza średnią ważoną (także w przypadku danych pogrupowanych).</li> <li>posługuje się skalą centylową.</li> </ul>

### Klasa II – 2 godziny tygodniowo

Główne działy podstawy programowej	Hasła programowe	Wymagania szczegółowe. Uczeń:
<b>1. Wyrażenia algebraiczne</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li><i>Działania na wyrażeniach algebraicznych</i></li> <li>Wzory skróconego mnożenia</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><i>dodaje, odejmuje i mnoży sumy algebraiczne;</i></li> <li><i>wyłącza jednomian przed nawias;</i></li> <li><i>wykorzystuje wyrażenia algebraiczne do opisu zależności.</i></li> <li>używa wzory skróconego mnożenia: <math>(a \pm b)^2</math> oraz <math>a^2 - b^2</math>.</li> </ul>

<b>2. Funkcje. Równania i nierówności</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wykres funkcji kwadratowej</li> <li>• Postać kanoniczna i ogólna funkcji kwadratowej</li> <li>• Równania kwadratowe</li> <li>• Postać iloczynowa funkcji kwadratowej</li> <li>• Nierówności kwadratowe</li> <li>• Najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym</li> <li>• Zastosowania funkcji kwadratowej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru.</li> <li>• interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i w postaci ogólnej;</li> <li>• wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.</li> <li>• rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;</li> <li>• interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego.</li> <li>• interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej (o ile istnieje).</li> <li>• stosuje związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniej funkcji kwadratowej do rozwiązywania nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą.</li> <li>• wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;</li> <li>• stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych.</li> <li>• wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).</li> </ul>
<b>3. Planimetria</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Kąty w trójkącie</i></li> <li>• <i>Trójkąty przystające</i></li> <li>• <i>Trójkąty podobne</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>klasyfikuje trójkąty ze względu na miary ich kątów oraz długości boków;</i></li> <li>• <i>stosuje twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta do rozwiązywania zadań.</i></li> <li>• <i>rozpoznaje trójkąty przystające oraz stosuje cechy przystawiania trójkątów do rozwiązywania różnych problemów.</i></li> <li>• <i>rozpoznaje trójkąty podobne oraz stosuje cechy podobieństwa</i></li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wielokąty podobne</li> <li>• Trójkąty prostokątne</li> <li>• Trójkąty o kątach <math>45^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>90^\circ</math> i <math>30^\circ</math>, <math>60^\circ</math>, <math>90^\circ</math></li> <li>• Czworokąty</li> <li>• Długość okręgu i pole koła</li> <li>• Kąty środkowe</li> <li>• Kąty wpisane</li> <li>• Okrąg wpisany w trójkąt</li> <li>• Okrąg opisany na trójkącie</li> </ul>	<p>trójkątów do rozwiązywania różnych problemów;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza długości boków trójkąta podobnego do danego, mając skalę podobieństwa;</li> <li>• układa odpowiednią proporcję, aby wyznaczyć brakujące długości boków trójkątów podobnych.</li> <li>• wykorzystuje zależności między polami i obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa do rozwiązywania zadań.</li> <li>• stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie do niego odwrotne do rozwiązywania zadań;</li> <li>• oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych.</li> <li>• korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i długości wysokości trójkąta równobocznego;</li> <li>• stosuje wzory na długość przekątnej kwadratu i długość wysokości trójkąta równobocznego.</li> <li>• wykorzystuje własności kątów i przekątnych w kwadratach, prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezach;</li> <li>• oblicza pola i obwody czworokątów.</li> <li>• oblicza długość okręgu i pole koła.</li> <li>• rozpoznaje kąty środkowe;</li> <li>• oblicza długość łuku okręgu i pole wycinka koła.</li> <li>• rozpoznaje kąty wpisane;</li> <li>• stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym opartym na tym samym łuku.</li> <li>• stosuje własności środka okręgu wpisanego w trójkąt do rozwiązywania zadań.</li> <li>• stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie do rozwiązywania zadań;</li> </ul>
--	--	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Wielokąty foremne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności.</li> <li>stosuje własności wielokątów foremnych.</li> </ul>
<b>4. Trygonometria</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Funkcje trygonometryczne</li> <li>Związki między funkcjami trygonometrycznymi</li> <li>Zastosowania trygonometrii</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów ostrych, w szczególności kątów 30°, 45°, 60°;</li> <li>korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);</li> <li>oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną).</li> <li>stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math>, <math>\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}</math>.</li> <li>rozwiązuje trójkąty prostokątne;</li> <li>korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w obliczeniach geometrycznych.</li> </ul>

### Klasa III – 1 godzina tygodniowo

Główne działy podstawy programowej	Hasła programowe	Wymagania szczegółowe. Uczeń:
<b>1. Funkcje</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Proporcjonalność prosta</li> <li>Proporcjonalność odwrotna</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne;</li> <li>wyznacza współczynnik proporcjonalności.</li> <li>podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu;</li> <li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = a/x</math> dla danego <math>a</math>;</li> <li>korzysta ze wzoru i wykresu funkcji <math>f(x) = a/x</math> do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych.</li> </ul>
<b>2. Stereometria</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Proste i płaszczyzny w przestrzeni</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje w wielościanach proste prostopadłe, równoległe i skośne;</li> <li>wskazuje w wielościanach rzut prostokątny danego odcinka.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kąty w graniastosłupach i ostrosłupach</li> <li>• <i>Pole powierzchni oraz objętość graniastosłupa i ostrosłupa</i></li> <li>• Bryły obrotowe</li> <li>• Pole powierzchni oraz objętość walca i stożka</li> <li>• Kula</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi), oblicza miary tych kątów;</li> <li>• wskazuje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów.</li> <li>• <i>oblicza pola powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów;</i></li> <li>• stosuje związki trygonometryczne do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów.</li> <li>• rozpoznaje bryły obrotowe.</li> <li>• oblicza pola powierzchni oraz objętości walców i stożków;</li> <li>• stosuje związki trygonometryczne do obliczania długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni oraz objętości walców i stożków.</li> <li>• oblicza pole powierzchni i objętość kuli.</li> </ul>
<b>3. Kombinatoryka. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reguła mnożenia, reguła dodawania</li> <li>• Prawdopodobieństwo klasyczne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania (także łącznie) do zliczania obiektów w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych.</li> <li>• oblicza prawdopodobieństwo, stosując definicję klasyczną.</li> </ul>

## Procedury osiągnięcia celów

Do osiągnięcia zaprezentowanych celów kształcenia proponujemy następujące procedury:

- ▶ **stopniowanie trudności** – wprowadzając nowe treści, nauczyciel zaczyna od tego, co uczeń zna, wykorzystuje szczegółowe przykłady z życia codziennego, a następnie je uogólnia;
- ▶ **indywidualizacja nauczania** – nauczyciel podejmuje działania wspomagające rozwój każdego ucznia oraz rozwój grupy jako całości, zwraca uwagę na uczniów z dysfunkcjami, wspiera uczniów chcących podjąć dalsze kształcenie, np. organizując dodatkowe zajęcia zwiększające szanse edukacyjne dla uczniów mających trudności w uczeniu się matematyki oraz dla tych, którzy będą chcieli kontynuować naukę, przygotowuje zadania dodatkowe o odpowiednio dobranym stopniu trudności;
- ▶ **motywowanie uczniów do różnego rodzaju działalności matematycznej** – m.in. poprzez bieżącą, systematyczną ocenę, propozycje dodatkowych prac poszerzających zaplecze dydaktyczne szkoły, związanych bezpośrednio z omawianymi treściami bądź będących ich rozszerzeniem (np. robienie modeli brył i ich siatek, szablonów wykresów funkcji kwadratowych itp.), propozycje projektów edukacyjnych;
- ▶ **stwarzanie sytuacji problemowych** – np. przygotowanie zestawu zadań do rozwiązania w grupie, na podstawie których można formułować hipotezy, a następnie je uzasadniać, przeprowadzić dyskusję na temat metod rozwiązywania oraz ich poprawności, otrzymanych wyników;
- ▶ **wykorzystywanie urządzeń technicznych** typu kalkulator, kalkulator graficzny, komputer – w miarę możliwości jak najczęstsze używanie np. programu Excel lub kalkulatora graficznego do rysowania wykresów funkcji oraz przedstawiania danych statystycznych w formie diagramów i wykresów, w razie potrzeby kalkulatora do wykonywania obliczeń – również w trygonometrii;
- ▶ **wykorzystywanie technik informacyjnych** – np. poszukiwanie informacji na zadany temat w internecie;
- ▶ **czytanie ze zrozumieniem, interpretowanie, selekcjonowanie informacji** – np. przez wykorzystanie podręcznika i innych źródeł informacji;
- ▶ **utrwalanie i powtarzanie nabytych wiadomości i umiejętności** – np. poprzez rozwiązywanie zestawów zadań podsumowujących z podręcznika;
- ▶ **informowanie o postępach ucznia** – ocena nauczycielska jest informacją przygotowaną na potrzeby: ucznia, jego rodziców, nauczyciela, szkoły i systemu oświaty.

Wdrożeniu tych procedur sprzyja stosowanie różnorodnych metod pracy, takich jak:

- ▶ **praca z podręcznikiem** – nauczyciel wspólnie z uczniami analizuje matematyczne teksty w podręczniku, uczy precyzyjnego wyrażania myśli, z użyciem języka matematyki.  
**Przykład:** w czasie lekcji o funkcjach trygonometrycznych uczeń analizuje znajdujące się w podręczniku treści, a nauczyciel pomaga w ich zrozumieniu np. poprzez zadawanie odpowiednich pytań.
- ▶ **pogadanka (dyskusja) problemowa** – nauczyciel dąży do tego, aby uczniowie zauważyli i sformułowali problem (np. dobierając odpowiednio zadania), a następnie próbowali go rozwiązać, ewentualnie korzystając z pomocy nauczyciela.

**Przykład:** w czasie lekcji o interpretacji geometrycznej układu równań liniowych rozważamy np. problemy, jak znaleźć rozwiązanie układu równań liniowych na podstawie wykresów prostych, czy zawsze uda się to zrobić, ile rozwiązań może mieć układ równań i dlaczego.

- ▶ **projekt edukacyjny** – uczniowie w grupach przygotowują pracę na zadany temat.

**Przykład:** opracowanie i przygotowanie gry (domina, gry planszowej, biegu na orientację) dotyczącej jednego z omawianych działów, która pod koniec roku szkolnego będzie okazją do powtórzenia wiadomości z całego roku nauki, a dodatkowo sprawdzenia różnorodnych umiejętności uczniów w bardziej atrakcyjnej dla nich formie. Taka praca będzie jednocześnie okazją do kształcenia celów wychowawczych.

- ▶ **eksperyment** – nauczyciel przeprowadza doświadczenie pomagające uczniom odkrywać prawa, zależności, własności.

**Przykład:** w czasie lekcji o kątach w kole uczniowie najpierw przygotowują odpowiednie modele kątów wpisanych i środkowych opartych na tych samych łukach, a następnie wspólnie z nauczycielem odkrywają ich własności.

- ▶ **wykład nauczyciela** – dobrze przygotowany temat, np. w formie prezentacji multimedialnej, zobrazowany odpowiednimi przykładami.

## Osiągnięcia konieczne absolwenta branżowej szkoły I stopnia

Uczeń powinien znać:

- ▶ pojęcia, własności i algorytmy:
  - w klasie I: pojęcia liczby rzeczywistej, przedziału liczbowego, funkcji, funkcji liniowej, średniej ważonej, mediany i dominanty, algorytmy rozwiązywania: równań i nierówności pierwszego stopnia, układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, własności potęgowania i pierwiastkowania;
  - w klasie II: pojęcia funkcji kwadratowej, funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, algorytmy dotyczące wzorów skróconego mnożenia, algorytmy rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych, własności funkcji kwadratowej, funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, figur podobnych, kąta wpisanego i kąta środkowego opartego na tym samym łuku;
  - w klasie III: pojęcia bryły obrotowej, prawdopodobieństwa klasycznego, własności kąta między ścianami wielościanu, kątów między ścianami i odcinkami oraz między takimi odcinkami, jak krawędzie, przekątne, wysokości, proporcjonalności odwrotnej (również wykres funkcji  $f(x) = a/x$  dla danego  $a$ ).

Uczeń powinien umieć:

- ▶ posługiwać się pojęciami, własnościami i algorytmami:
  - w klasie I: stosować prawa działań na potęgach i pierwiastkach, wyznaczać na osi liczbowej i symbolicznie zapisywać przedziały liczbowe, wskazywać przykłady przyporządkowań, które są funkcjami, i rozpoznawać przyporządkowania, które nie są funkcjami, stosować własności funkcji liniowej, rozwiązywać równania i nierówności pierwszego stopnia, rozwiązywać układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę;
  - w klasie II: stosować wzory skróconego mnożenia, stosować własności funkcji kwadratowej, rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe, stosować własności funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, stosować związki trygonometryczne w obliczeniach geome-



- trycznych dotyczących wielokątów, stosować zależność między kątem wpisanym i kątem środkowym opartym na tym samym łuku, pole wycinka, długość łuku;
- w klasie III: stosować własności proporcjonalności odwrotnej (również wykres funkcji  $f(x) = a/x$  dla danego  $a$ ), obliczać kąty między ścianami wielościanu, między ścianami i odcinkami oraz między takimi odcinkami, jak krawędzie, przekątne, wysokości, stosować związki trygonometryczne w obliczeniach geometrycznych dotyczących wielościanów i brył obrotowych, zdarzenia losowego i jego prawdopodobieństwa.
- ▶ stosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań praktycznych, np.:
    - korzystać z procentów w zagadnieniach związanych z podatkami, lokatami bankowymi, kosztami kredytów, itp.;
    - dokonywać obliczeń miarowych – obwodów i pól wielokątów, pól powierzchni i objętości brył (również z zastosowaniem związków trygonometrycznych) oraz przybliżać wyniki z zadaną dokładnością;
    - odczytywać i analizować informacje z tabel, diagramów i wykresów, wyznaczać i interpretować liczby charakteryzujące zestawy danych;
  - ▶ dobrać odpowiedni model matematyczny czy algorytm do prostej sytuacji problemowej i weryfikować uzyskane wyniki;
  - ▶ precyzyjnie formułować myśli;
  - ▶ wykorzystywać w różnych sytuacjach urządzenia techniczne, takie jak kalkulator, komputer.

## Propozycja rozkładu materiału

Program nauczania zakłada powtórzenie oraz utrwalenie wiadomości i umiejętności, których opanowanie jest konieczne dla dalszego toku kształcenia (np. działania na liczbach, rozwiązywanie równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, wiadomości dotyczące wielokątów i brył). Warto, aby na początku roku szkolnego, zgodnie z zaleceniami autorów podstawy programowej, nauczyciel sprawdził, jakie wiadomości i umiejętności ma uczeń rozpoczynający naukę w branżowej szkole I stopnia.

### Proponowany rozkład materiału kl. I (69–74 godz.)

Temat	Liczba godzin
<b>1. Liczby rzeczywiste</b>	<b>9</b>
1. Liczby naturalne	1
2. Liczby całkowite	1
3. Liczby wymierne	1
4. Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej	1
5. Kalorie się liczy	1
6. Przybliżenia	1
7. Powtórzenie wiadomości	1
8. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>2. Potęgi i pierwiastki</b>	<b>7–8</b>
1. Potęga o wykładniku naturalnym	1
2. Potęga o wykładniku całkowitym	1–2

3. Pierwiastek kwadratowy	1
4. Pierwiastki wyższych stopni	1
5. Powtórzenie wiadomości	1
6. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>3. Procenty i ich zastosowania</b>	<b>7-8</b>
1. Co to jest procent?	1-2
2. Faktura VAT	1
3. Lokaty	1
4. Kredyt bez tajemnic	1
5. Powtórzenie wiadomości	1
6. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>4. Równania i nierówności</b>	<b>8-9</b>
1. Równania	1
2. Równania – zastosowanie	1
3. Oś liczbowa i przedziały liczbowe	1
4. Nierówności	1-2
5. Nierówności – zastosowanie	1
6. Powtórzenie wiadomości	1
7. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>5. Układy równań liniowych</b>	<b>7-9</b>
1. Co to jest układ równań?	1
2. Metoda podstawiania	1-2
3. Metoda przeciwnych współczynników	1
4. Układy równań – zastosowanie	1-2
5. Powtórzenie wiadomości	1
6. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>6. Funkcje</b>	<b>14</b>
1. Pojęcie funkcji i sposoby jej opisu	1
2. Obliczanie wartości funkcji	1
3. Układ współrzędnych	1
4. Wykres funkcji	1
5. Miejsce zerowe funkcji	1
6. Monotoniczność funkcji	1
7. Odczytywanie własności funkcji z wykresu	1
8. Przesuwanie wykresu wzdłuż osi $OY$	1
9. Przesuwanie wykresu wzdłuż osi $OX$	1
10. Symetria wykresu względem osi $OX$ lub $OY$	1
11. Funkcje – zastosowanie	1
12. Powtórzenie wiadomości	1
13. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>7. Funkcja liniowa</b>	<b>10</b>
1. Wykres funkcji liniowej	1
2. Punkty przecięcia prostej z osiami $OX$ i $OY$	1
3. Monotoniczność funkcji liniowej	1
4. Współczynnik kierunkowy prostej	1
5. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej	1

6. Interpretacja geometryczna układów równań liniowych	1
7. Co się liczy w firmie?	1
8. Powtórzenie wiadomości	1
9. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>8. Statystyka</b>	<b>7</b>
1. Średnia arytmetyczna	1
2. Średnia ważona	1
3. Mediana i dominanta	1
4. Krótka o centylu	1
5. Powtórzenie wiadomości	1
6. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>Razem</b>	<b>69-74</b>

### Proponowany rozkład materiału kl. II (72 godz.)

Temat	Liczba godzin
<b>1. Wyrażenia algebraiczne</b>	<b>10</b>
1. Wyrażenia algebraiczne	1
2. Dodawanie i odejmowanie wyrażeń algebraicznych	1
3. Redukcja wyrazów podobnych	1
4. Mnożenie wyrażeń algebraicznych	1
5. Wylączenie wspólnego czynnika poza nawias	1
6. Wzory skróconego mnożenia	2
7. Powtórzenie wiadomości	1
8. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>2. Wykres funkcji kwadratowej</b>	<b>10</b>
1. Wykres funkcji $f(x) = ax^2$	1
2. Wykres funkcji kwadratowej	1
3. Postać ogólna funkcji kwadratowej	1
4. Postać kanoniczna funkcji kwadratowej	2
5. Wartość najmniejsza i największa funkcji kwadratowej	2
6. Powtórzenie wiadomości	1
7. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>3. Równania i nierówności kwadratowe</b>	<b>11</b>
1. Równania kwadratowe	2
2. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej	1
3. Punkty charakterystyczne paraboli $y = ax^2 + bx + c$	1
4. Nierówności kwadratowe	2
5. Funkcja kwadratowa – zastosowanie	2
6. Powtórzenie wiadomości	1
7. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>4. Wielokąty</b>	<b>13</b>
1. Kąty w trójkącie	1
2. Ortocentrum i środek ciężkości trójkąta	1
3. Trójkąty przystające	1

4. Trójkąty prostokątne	2
5. Odległość punktów w układzie współrzędnych	1
6. Pole trójkąta	1
7. Trójkąty o kątach 45°, 45°, 90° i 30°, 60°, 90°	1
8. Czworokąty – pola i obwody	2
9. Powtórzenie wiadomości	1
10. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>5. Podobieństwo</b>	<b>8</b>
1. Figury podobne	1
2. Trójkąty podobne	2
3. Podobieństwo – zastosowanie	2
4. Powtórzenie wiadomości	1
5. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>6. Trygonometria</b>	<b>10</b>
1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	1
2. Trygonometria – zastosowanie	2
3. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych	1
4. Związki między funkcjami trygonometrycznymi	1
5. Pole trójkąta i czworokąta	2
6. Powtórzenie wiadomości	1
7. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>7. Okręgi</b>	<b>10</b>
1. Długość okręgu i pole koła	1
2. Kąty środkowe	1
3. Kąty wpisane	1
4. Wzajemne położenie prostej i okręgu	1
5. Okrąg wpisany w trójkąt	1
6. Okrąg opisany na trójkącie	1
7. Wielokąty foremne	1
8. Powtórzenie wiadomości	1
9. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>Razem</b>	<b>72</b>

### Proponowany rozkład materiału kl. III (41 godz.)

Temat	Liczba godzin
<b>1. Proporcjonalność</b>	<b>8</b>
1. Proporcje	1
2. Wielkości wprost proporcjonalne	1
3. Wielkości odwrotnie proporcjonalne	1
4. Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$	2
5. Powtórzenie wiadomości	1
6. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>2. Graniastopy</b>	<b>11</b>
1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni	1

2. Kąt między prostą a płaszczyzną	1
3. Kąt dwuścienny	1
4. Odcinki i kąty w graniastosłupie	1
5. Pole powierzchni graniastosłupa	1
6. Objętość graniastosłupa	1
7. Graniastosłupy – zastosowanie	2
8. Powtórzenie wiadomości	1
9. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>3. Ostrosłupy</b>	<b>7</b>
1. Odcinki i kąty w ostrosłupach	1
2. Pole powierzchni ostrosłupa	1
3. Objętość ostrosłupa	1
4. Ostrosłupy – zastosowanie	1
5. Powtórzenie wiadomości	1
6. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>4. Bryły obrotowe</b>	<b>6</b>
1. Walec	1
2. Stożek	1
3. Kula	1
4. Powtórzenie wiadomości	1
5. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>5. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa</b>	<b>9</b>
1. Reguła mnożenia	1
2. Reguła dodawania	1
3. Doświadczenia losowe	1
4. Zdarzenia losowe	1
5. Prawdopodobieństwo klasyczne	2
6. Powtórzenie wiadomości	1
7. Praca klasowa i jej omówienie	2
<b>Razem</b>	<b>41</b>

W klasie II i III dodatkowo poleca się omówienie części zagadnień w formie tzw. lekcji branżowych – szczegółowe propozycje tych lekcji znajdują się w podręcznikach do klasy II i III oraz w planach wynikowych.